

**Aufgabe 1**

Integrieren Sie partiell

a)  $\int \frac{x-1}{e^x} dx$

b)  $\int (\ln(x))^2 dx$

c)  $\int \sin(2x) \cdot \cos(0,5x) dx$

d)  $\int_1^e x \cdot \ln(x) dx$

e)  $\int_0^\pi \cos^2(x) dx$

f)  $\int_0^1 e^{2x} \cdot \sin(x) dx$

**Aufgabe 2**

Integrieren Sie mittels Substitution

a)  $\int_{0,5}^{0,5\sqrt{2}} \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$

b)  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx$

c)  $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie folgende uneigentliche Integrale

a)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

b)  $\int_0^\infty \frac{1}{(1+x^2)} dx$

c)  $\int_0^\infty x \cdot e^{-x} dx$

**Aufgabe 4**Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^3 + 3x^2$ . Berechnen Sie das Volumen, das entsteht, wenn man die Flächen zwischen dem Graph von  $f$ , der  $x$ -Achse und den Geraden  $x = 0$  und  $x = 3$ 

- um die  $x$ -Achse dreht,
- um die  $y$ -Achse dreht.

**Aufgabe 5**

- Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskegels, der bei der Drehung des Graphen von  $f(x) = 0,5x - 1$  um die  $x$ -Achse in den Grenzen  $x = 2$  und  $x = 6$  entsteht.
- Bestimmen Sie dasselbe Volumen zur Kontrolle elementar aus der Volumenformel für den senkrechten Kreiskegel.
- Wie groß ist das Volumen des Kegelstumpfs bei Rotation in den Grenzen  $x = 4$  und  $x = 6$ ?
- Wie groß ist das Volumen des asymmetrischen Doppelkegels bei Rotation in den Grenzen  $x = 0$  und  $x = 6$ ?

**Aufgabe 6**Gegeben sind die Funktionen  $f_k$  mit  $f_k(x) = 0,25 \cdot (kx - 5)^2$ . Bestimmen Sie den Flächeninhalt über  $[0;5]$  in Abhängigkeit von  $k$ . Für welche Werte von  $k$  wird diese Fläche maximal oder minimal? Welches Volumen hat die bei Rotation des Graphen um die  $x$ -Achse entstehende Figur?**Aufgabe 7**Berechnen Sie die Fläche zwischen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{x^3+4}{2x^2}$  und  $g$  mit  $g(x) = 0,5 \cdot x$  im Intervall  $[1; z]$ . Existiert auch der Grenzwert für  $z \rightarrow \infty$ ?**Aufgabe 8**Hängt eine Leitung frei zwischen zwei Masten, so wird ihr Verlauf gut durch die Gleichung  $f(x) = 0,5 \cdot (e^x + e^{-x})$  wiedergegeben.

- Welche Fläche schließt  $f$  über  $[-1;2]$  mit der  $x$ -Achse ein?
- Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der entsteht, wenn man die Fläche aus a) um die  $x$ -Achse rotieren lässt!