

Aufgabe (LK)

- a) Eine Funktion $f(x) = 2 \cdot \frac{e^x - 4}{e^x + 4}$ ist gegeben. Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in dem Intervall von $-5 \leq x \leq 8$.
- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts S, in dem der Graph der Funktion $f(x)$ die y-Achse schneidet. Bestimmen Sie rechnerisch das Verhalten von $f(x)$ für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow \infty$.
- c) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten mit Hilfe der ersten Ableitung.

$$[\text{Zwischenergebnis: } f'(x) = 16 \cdot \frac{e^x}{(e^x + 4)^2}]$$

- d) $W(\ln 4/0)$ ist der einzige Wendepunkt (Nachweis nicht verlangt). Zeigen Sie, dass die Gerade n mit der Gleichung $y = -x + \ln 4$ durch W verläuft und auf der Wendetangente senkrecht steht. Ergänzen Sie n in Ihrer Abbildung.
- e) Zeigen Sie, dass $F(x) = 4 \cdot \ln(e^x + 4) - 2x$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist.
- f) Die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ schneidet $f(x)$ näherungsweise in dem Schnittpunkt $S^*(-1,8/-18)$. Kennzeichnen Sie in Ihrer Abbildung die Fläche, deren Inhalt durch $\int_{-1,8}^{\ln 4} (x - f(x)) dx$ angenähert wird. Berechnen Sie die Fläche A .

Bearbeitungszeit: 120 Min