Analytische Geometrie in vektorieller Darstellung - SEK II

Andy Timmermann

4. Orthogonalität

1 Orthogonalität

Orthogonal bedeutet nichts anderes als senkrecht. Wenn zwei Vektoren orthogonal sind, so stehen sie also senkrecht zueinander. Die Orthogonalitätsbedingung wurde bereits beiläufig in erwähnt. Sind zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gegeben, so sind sie orthognal, wenn $\vec{a} \bullet \vec{b} = 0$ ist.
Zur Erinnerung: Das Skalarprodukt zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Beispiel 1: $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 8 + 6 - 1 \neq 0 \quad \Rightarrow$ nicht orthogonal

Beispiel 2: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = -9 + 0 + 9 = 0 \quad \Rightarrow$ orthogonal

Die Beziehung zwischen zwischen zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ (verschieden vom Nullvektor), die in unterschiedliche Richtungen zeigen, ist gegeben durch den Winkel α, den die beiden Vektoren einschließen:

$$cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$